

# MATEMAATIKA KOOLIVOOR

Tallinnas, 8. jaanuaril 2008. a.

VIII klass

## LAHENDUSED JA HINDAMISJUHISED

1. Vastus:  $a = \frac{2}{29}$

$$\frac{\left(12\frac{5}{8} \cdot 2 - 27,5\right) : \left(-48\frac{2}{5} : 8\frac{12}{15} - 4\frac{7}{8} \cdot 3\frac{1}{3}\right)}{-0,3 \cdot \left(\frac{1}{29} - a\right)} = 10$$

Lahendus:

1)  $12\frac{5}{8} \cdot 2 = \frac{101 \cdot 2}{8} = 25\frac{1}{4}$

2)  $25\frac{1}{4} - 27,5 = -2\frac{1}{4}$

3)  $-48\frac{2}{5} : 8\frac{12}{15} = -\frac{242 \cdot 15}{5 \cdot 132} = -\frac{11}{2} = -5\frac{1}{2}$

4)  $4\frac{7}{8} \cdot 3\frac{1}{3} = \frac{39 \cdot 10}{8 \cdot 3} = \frac{13 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{65}{4} = 16\frac{1}{4}$

5)  $-5\frac{1}{2} - 16\frac{1}{4} = -21\frac{3}{4}$

6)  $-2\frac{1}{4} : \left(-21\frac{3}{4}\right) = \frac{9 \cdot 4}{4 \cdot 87} = \frac{3}{29}$

Oleme saanud, et  $\frac{3}{29} = -0,3 \left(\frac{1}{29} - a\right) \cdot 10 = -3 \left(\frac{1}{29} - a\right)$

$$\frac{3}{29} = -3 \left(\frac{1}{29} - a\right) \quad | :3$$

$$\frac{1}{29} = -\frac{1}{29} + a, \text{ millest } a = \frac{2}{29}$$

Hindamisjuhised:

Murru lugeja väärtuse leidmine: 5p

\* Sealjuures avaldise  $\left(12\frac{5}{8} \cdot 2 - 27,5\right)$  õige väärtuse leidmine: 1p,

\* Avaldises  $-48\frac{2}{5} : 8\frac{12}{15} - 4\frac{7}{8} \cdot 3\frac{1}{3}$  iga õige tehe 1p, kokku 3p.

Arvu  $a$  avaldamine: 1p

Arvu  $a$  leidmine: 1p

2. Vastus: 100 km

Lahendus: Kogu sõiduks kulunud aeg  $\frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{2} = \frac{11}{6}$  tundi. Et keskmine kiirus oli 60 km/h, siis kokku

läbis ta  $60 \cdot \frac{11}{6} = 110$  km. Olgu auto kiirus asulas sõites  $v$ . Et kiirus korrutatud ajaga on teepikkus, siis

saame  $\frac{1}{3}v + (v + 45) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}(v + 45) = 110$ , millest  $v = 30$  km/h. Seega asula välisel teel sõitis ta 100 km.

Hindamisjuhised:

Kogu sõiduks kulunud aja leidmine: 1p.

Läbitud teekonna pikkus: 1p

Koostatud avaldis kiiruse leidmiseks: 2p

Leitud kiirus: 2p

Leitud asula välisel teel läbitud kilomeetrite arv: 1p

Ainult õige vastus: 1p

3. Vastus: Võimalusi tabeli täitmiseks on 12.

Lahendus: Ülevalt teine rida vasakult paremale peab olema üks neljast:

3 4 1 2, 4 3 2 1, 3 4 2 1 või 4 3 1 2.

Esimesel juhul on esimeses ja kolmandas veerus samad numbrid ning teises ja neljandas veerus samad numbrid. Seega kui on numbrid valitud ülevalt kolmanda rea esimesse ja teisse veergu, siis need määravad üheselt numbrid selles reas. Ülevalt kolmanda rea kahe esimese numbriga valikuks on neli võimalust, mis vasakult paremale on: 4 1, 4 3, 2 1 ja 2 3.

Kui tabeli kolm rida on numbritega täidetud, siis neljanda rea täitmiseks on vaid üks võimalus.

Kui ülevalt teine rida on vasakult paremale 4 3 2 1, siis esimese ja viimases veerus on samad numbrid ning teises ja kolmandas veerus on samad numbrid. Järelikult ülevalt kolmanda rea kaks esimest numbrit määravad üheselt numbrite paigutuse selles reas. Kahe esimese numbriga valikuks on jällegi 4 võimalust: 3 4, 3 1, 2 4 ja 2 1.

Seega kui teine rida on 3 4 1 2 või 4 3 2 1, siis kummalgi juhul on tabeli täitmiseks 4 võimalust.

Kui ülevalt teine rida on 3 4 2 1 või 4 3 1 2, siis kolmanda rea esimeseks numbriks valitu määrab üheselt numbrite asukohad selles reas. Ülevalt kolmanda rea esimese numbriga valikuks on kummalgi juhul kaks võimalust.

Tabeli täitmiseks on kokku  $4+4+2+2=12$  võimalust.

Hindamisjuhised:

Välja toodud, et ülevalt teise rea täitmiseks on neli võimalust 3p.

Neist iga korral leitud õige lõpuni täitmise võimaluste arv a' 1p: kokku 4p

Antud ainult õige vastus (12 võimalust): 1p

Vastuseks on toodud välja vaid kõik 12 tabeli täitmise võimalust: 3p.

1	2	3	4

4.

Vastus: Viisnurga ABCDE nurkade suurused on  $\angle ABC = 140^\circ$ ,  $\angle BCD = 100^\circ$ ,  $\angle CDE = 80^\circ$ ,  $\angle DEA = 160^\circ$  ja  $\angle EAB = 60^\circ$ .

Lahendus 1: Nurga AED suurus on võrdne korrapärase 18-nurga ühe nurga suurusega.

$$\angle AED = ((18-2) \cdot 180^\circ) : 18 = 160^\circ.$$

Nurga EAB suurus on võrdne kuuendikuga täispöördest.

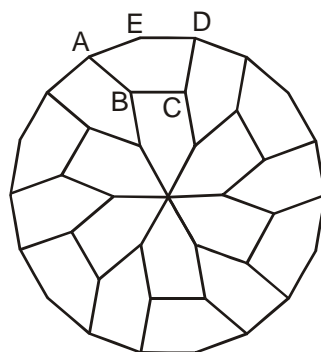
$$\angle EAB = 360^\circ : 6 = 60^\circ.$$

Kuna kõik viisnurgad on ühesugused, siis CD on sama pikk kui hulknurga külj.

Vaadates kahte viisnurka, mille ühiseks küljeks on BC, näeme, et selle pikkus on sama, mis küljel CD. Vaadates kahte viisnurka, mille ühiseks küljeks on AB, saame, et see peab olema sama pikk kui BC.

Kuna AE ja AB on võrdsete pikkustega, siis kolmnurk AEB on võrdkülgne ning järelkult BCDE on romb. Et rombi vastasnurgad on võrdsed ja lähisnurkade summa on  $180^\circ$ , siis saame, et rombi nürinurk on  $\angle BCD = \angle AED = 160^\circ - 60^\circ = 100^\circ$  ja seega teravnurk  $\angle ADC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$ .

Nurga ABC suurus on võrdne võrdkülgse kolmnurga nurga ja rombi BCDE teravnurga suuruste summaga.  $\angle ABC = \angle ABE + \angle EBC = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$ .



Lahendus 2:

Nurga AED suurus on võrdne korrapärase 18-nurga ühe nurga suurusega.

$$\angle AED = ((18-2) \cdot 180^\circ) : 18 = 160^\circ.$$

Nurga EAB suurus on võrdne kuuendikuga täispöördest.

$$\angle EAB = 360^\circ : 6 = 60^\circ.$$

Nurk XAB on sama suur kui nurk BCD.

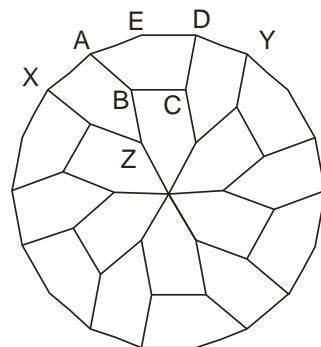
Seega  $\angle XAB = \angle BCD = \angle XAE - \angle EAB = 160^\circ - 60^\circ = 100^\circ$ .

Nurk EDC on sama suur kui nurk CDY.

Et nende kahe nurga summa on  $160^\circ$ , siis neist kumbki on suurusega  $80^\circ$ .

Nurk ZBA on sama suur kui nurk ABC ja nurk ZBC on sama suur kui nurk EDC.

Et  $\angle ZBA + \angle ABC + \angle ZBC = 360^\circ$ , siis saame, et  $2\angle ABC + 80^\circ = 360^\circ$ , millest  $\angle ABC = 140^\circ$ .



Hindamisjuhised:

Lahendus 1: Leitud 18-nurga ühe nurga suurus: 1p

Näidatud, et viisnurga kõik küljed on võrdsed: 2p

Nurga EAB suuruse leidmine: 1p

Nurga ABC suuruse leidmine: 1p

Nurga BCD suuruse leidmine: 1p

Nurga CDE suuruse leidmine: 1p

Ainult õige vastus: 2p

Lahendus 2: Leitud 18-nurga ühe nurga suurus: 1p

Nurga EAB suuruse leidmine: 1p

Nurga ABC suuruse leidmine: 2p

Nurga BCD suuruse leidmine: 2p

Nurga CDE suuruse leidmine: 1p

Ainult õige vastus: 2p

### 5.Lahendus:

a)

Näiteks:

$$336 - 366 - 663 - 636 - 363 - 633$$

$$339 - 399 - 993 - 939 - 393 - 933$$

$$669 - 699 - 996 - 969 - 696 - 966$$

$$123 - 231 - 315 - 156 - 561 - 612$$

Võimalusi palju.

b) Oletame, et selline paigutamine on võimalik ja valime esimeseks arvuks  $\overline{abc} = 100a+10b+c$ . Arv jagub arvuga 9, siis ja ainult siis kui arvu numbrite summa jagub arvuga 9. Seega saame, et summa  $a+b+c$  jagub arvuga 9.

Järgmine arv, ringjoonel peaks olema  $\overline{bcd} = 100b+10c+d$  ja arv 9 peab jagama summat  $b+c+d$ .

Et arv 9 jagab mõlema arvu numbrite summat, siis peab 9 jagama ka nende summade vahet

$(a+b+c) - (b+c+d)$ , mis tähendab et arv 9 peab jagama vahet  $a - d$ . Et  $a$  ja  $d$  on numbrid siis saame, et

$a = d$ . Seega  $\overline{bcd} = \overline{bca}$ . Liikudes ringjoonel edasi saame, et järgmine arv peaks olema  $\overline{cab}$  ja sellele järgneks arv  $\overline{abc}$ . Seega ei saa kõik kuus arvu olla erinevad.

### Hindamisjuhised:

Osa a)

õige skeem: 2p

Osa b)

Toodud konkreetsete arvudega näide, et kõik kuus arvu ei tule erinevad: 1p

Põhjendatud kasutades konkreetseid arve, et kõik arvud saavad koosneda vaid samadest numbritest: 2p

Põhjendatud üldjuhul:5p